

問 題

1 . 半導体の基礎的性質

問 1 n 形半導体について、以下の問いに答えよ。

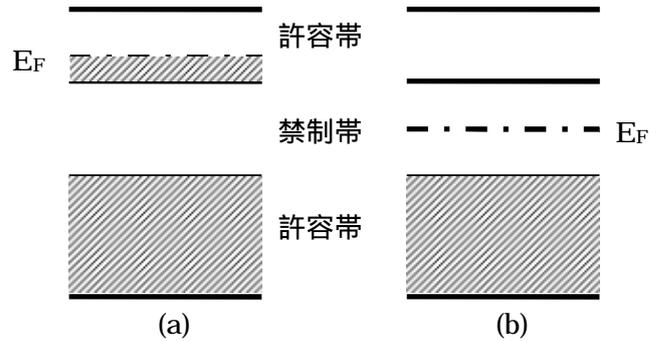
- (1) エネルギーバンド図を描け。必ず、価電子帯 (E_V)、フェルミ準位 (E_F)、伝導帯 (E_C) を示すこと。
- (2) 電子密度 (n) を、伝導帯の有効状態密度 (N_C) を用いた式で表せ。
- (3) シリコン半導体を n 形にする元素を挙げ、その理由を述べよ。

問 2 p 型半導体について、以下の問いに答えよ。

- (1) エネルギーバンド図を描け。価電子帯 (E_V)、フェルミ準位 (E_F)、伝導帯 (E_C) の位置を必ず示すこと。
- (2) 電子密度 (n) を、伝導帯の有効状態密度 (N_C) を用いた式で表せ。
- (3) 正孔密度 (p) を、価電子帯の有効状態密度 (N_V) を用いた式で表せ。

問 3 III 族(13 族)の Ga と V 族(15 族)の As からなる GaAs 半導体に、IV 族(14 族)の Si を添加した。このとき、なりうる伝導型をすべて列挙し、その理由を述べよ。

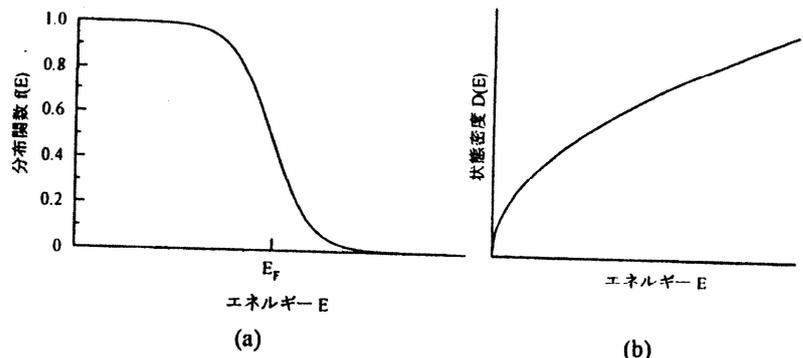
問 4 図(a)、(b)は絶対零度におけるエネルギーバンド中の電子の占有状態を表したものである。ただし、図の斜線は電子が占有していることを表しており、一転鎖線がフェルミ準位 E_F を表している。ある有限温度では、フェルミ・ディラックの分布関数に従って、電子の占有状態(占有確率)が温度とともに変化する。これを考慮して、以下の問いに答えよ。



- (1) (a)と(b)の電気伝導性の違いについて説明せよ。
- (2) ある有限温度において、(a)のフェルミ準位での電子の占有確率はいくらか。
- (3) ある有限温度において、(b)の禁制帯の幅(エネルギーバンドギャップ)の大小により下の許容帯から上の許容帯への電子の熱励起の確率はどうか変わるか。
- (4) (b)において、禁制帯の幅が一定のとき、温度の上昇とともに電気伝導率がどのように変化するかについて説明せよ。

問 5 次の問いに答えよ。

- (1) 図(a)はフェルミ・ディラックの分布関数 $f(E)$ 、図(b)は状態密度 $D(E)$ を示した図である。これらの 2 つの図から電子密度 n を求める手続きを説明せよ。
- (2) 絶対零度におけるフェルミ・ディラック分布関数を図示せよ。



(3) 状態密度は以下のように表される。

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$

絶対零度における電子密度を求めよ。

問 6 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V は各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度であり、次式で表せる。

$$N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

これらの式において、 E_c : 伝導帯下端のエネルギー、 E_f : フェルミエネルギー (準位)、 E_v : 価電子帯上端のエネルギー、 k : ボルツマン定数、 T : 絶対温度、 m_n : 電子の有効質量、 m_p : ホールの有効質量、 h : プランク定数 である。このとき、以下の各問に答えよ。

(1) 真性半導体では $n = p$ が成り立ち、 $n = p = n_i$ (真性キャリア密度) とすると、 n_i は次式で表せることを示せ。

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{2kT}\right)$$

(2) 真性半導体のフェルミ準位 E_i は次式で表せることを示せ。

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C}$$

(3) 真性シリコン (Si) に対し、 m_n 、 m_p 、 m_0 (電子の静止質量) が成立つとして、室温 (27) における N_C 、 n_i 、 E_i の値を求めよ。但し、 $E_c - E_v = 1.12$ [eV] である。

【必要なら以下の数値を用いよ】

ボルツマン定数 : $k = 1.38 \times 10^{-23}$ [J/K]、プランク定数 : $h = 6.63 \times 10^{-34}$ [J·s]、電子の静止質量 : $m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$ [kg]、電子の電荷 : $q = 1.60 \times 10^{-19}$ [C]、
1[eV] = 1.6×10^{-19} [J]、 $5.38^{3/2} = 12.5$ 、 $\exp(-21.54) = 4.42 \times 10^{-10}$

問 7 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V : 各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度、 E_c : 伝導帯下端のエネルギー、 E_f : フェルミ準位、 E_v : 価電子帯上端のエネルギー、 k : ボルツマン定数、 T : 絶対温度 である。

N_C 、 N_V が成立つとして、以下の各問に答えよ。

(1) 真性キャリア密度 n_i を N_C 、 $E_c - E_v = E_g$ (バンドギャップエネルギー) 等を用いて表せ。

(2) 真性半導体のフェルミ準位 E_i を E_c と E_v を用いて表せ。

(3) n および p は上記の n_i 、 E_i を用いて各々以下の式で表せることを示せ。

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_f - E_i}{kT}\right) \quad p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_f}{kT}\right)$$

(4) 真性シリコンにあるドーパントを添加したところ、室温 (300 [K]) において $E_c - E_f = 0.3$ [eV] となった。このシリコンは p 形か n 形か、その理由とともに述べよ。但し、室温のシリコンでは $E_c - E_v = 1.12$ [eV] である。

問 8 密度 N_D のドナーが添加された n 形半導体において、ドナーはすべてイオン化しているものとする。電子密度、ホール密度をそれぞれ n 、 p とするとき、電荷中性条件より $n = p + N_D$ が成り立つとして以下の各問に答えよ。

(1) n 、 p はそれぞれ以下の式で与えられることを示せ。但し、 n_i は真性キャリア密度である。

$$n = \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + n_i^2} + \frac{N_D}{2}$$

$$p = \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + n_i^2} - \frac{N_D}{2}$$

(2) $N_D \gg n_i$ のとき n 、 p の近似式を求めよ。

問 9 電子密度 n 、ホール密度 p の n 形半導体について以下の各問に答えよ。但し、真性キャリア密度は n_i 、温度はすべて室温とする。

- (1) 電子密度を n だけ減少させるとき、ホール密度の変化分を n 、 n 、 p を用いて表せ。
 (2) 導電形が n 形のままであるとき、上記(1)の n とホール密度の変化分の大小関係を論ぜよ。
 (3) n を大きくして n 形を p 形に反転させるための条件を述べよ。

問 10 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V : 各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度、 E_c : 伝導帯下端のエネルギー、 E_f : フェルミ準位、 E_v : 価電子帯上端のエネルギー、 k : ボルツマン定数、 T : 絶対温度 である。

$N_C < N_V$ が成り立つとして、以下の各問に答えよ。

- (1) 真性半導体のフェルミ準位 E_i を E_c 、 E_v 、 N_C 、 N_V 等を用いて表せ。
 (2) n および p は上記の E_i を用いて各々以下の式で表せることを示せ。但し、 n_i は真性キャリア密度である。

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_f - E_i}{kT}\right) \quad p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_f}{kT}\right)$$

- (3) $E_f = (E_c + E_v)/2$ の半導体があるとき、この半導体の導電形を求めよ。
 (4) 上記(3)の半導体において n 、 p 、 n_i の大小関係を述べよ。

問 11 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V : 各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度、 E_c : 伝導帯下端のエネルギー、 E_f : フェルミ準位、 E_v : 価電子帯上端のエネルギー、 k : ボルツマン定数、 T : 絶対温度 である。

以下の各問に答えよ。

- (1) 真性半導体のフェルミ準位 E_i は次式で与えられることを示せ。

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

- (2) 真性半導体にドナーを添加して n 形とした。ドナー密度を N_D 、真性キャリア密度を n_i とし、 $n_i = N_D - N_C$ が成立つとする。ドナーがすべてイオン化しているときフェルミ準位 $E_{f(n)}$ は次式で与えられることを示せ。

$$E_{f(n)} = E_c - kT \ln\left(\frac{N_C}{N_D}\right)$$

- (3) 上記の E_i 、 $E_{f(n)}$ について、 $E_i < E_{f(n)}$ が成り立つことを示せ。

問 12 真性キャリア密度 n_i の真性半導体に密度 $N_D (> n_i)$ のドナーを添加したとき、ドナーがすべてイオン化しているとして以下の各問に答えよ。但し、温度は一定とする。

- (1) この半導体の導電形を述べよ。
- (2) 電子密度を n 、ホール密度を p とするとき、 $n+p$ の値を求めよ。
- (3) $n+p > 2 n_i$ となることを示せ。
- (4) 上記(3)が成り立つ理由を述べよ。

問 13 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V ：各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度、 E_c ：伝導帯下端のエネルギー、 E_f ：フェルミ準位、 E_v ：価電子帯上端のエネルギー、 k ：ボルツマン定数、 T ：絶対温度 である。

以下の各問に答えよ。

- (1) 真性半導体のフェルミ準位 E_i および真性キャリア密度 n_i を求めよ。
- (2) 真性半導体にアクセプタを添加して p 形とした。アクセプタ密度を N_A とし、 $n_i = N_A - N_V$ が成立つとする。アクセプタはすべてイオン化しているとして電子密度 n 、ホール密度 p およびフェルミ準位 $E_{f(p)}$ を求めよ。
- (3) 上記の E_i 、 $E_{f(p)}$ について、 $E_i > E_{f(p)}$ が成り立つことを示せ。

問 14 電子密度 n 、ホール密度 p の p 形半導体について以下の各問に答えよ。但し、真性キャリア密度は n_i 、温度はすべて室温とする。

- (1) ホール密度を p だけ減少させるとき、電子密度の変化分を Δn 、 Δp を用いて表せ。
- (2) 上記(1)において導電形が p 形のままであるとき、 Δn と電子密度の変化分の大小関係を論ぜよ。
- (3) p を大きくして p 形を n 形に反転させるための条件を述べよ。

問 15 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V ：各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度、 E_c ：伝導帯下端のエネルギー、 E_f ：フェルミ準位、 E_v ：価電子帯上端のエネルギー、 k ：ボルツマン定数、 T ：絶対温度 である。 $N_C < N_V$ が成立つとして、以下の各問に答えよ。

- (1) 真性キャリア密度 n_i を N_C 、 N_V 、 $E_c - E_v = E_g$ (バンドギャップエネルギー) k 、 T を用いて表わせ。

- (2) 真性半導体のフェルミ準位 E_i を E_c 、 E_v 、 N_c 、 N_v 、 k 、 T を用いて表わせ。
 (3) n_i 、 E_i を用いると、 n および p は各々以下の式で表わせることを示せ。

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_f - E_i}{kT}\right) \quad p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_f}{kT}\right)$$

- (4) $E_f = (E_c + E_v)/2$ の半導体があるとき、この半導体の導電形を求めよ。
 (5) 上記(4)の半導体において n 、 p 、 n_i の大小関係を述べよ。

問 16 真性半導体に密度 N_A のアクセプタを添加したとき、イオン化したアクセプタ密度を N_A^- とする。アクセプタのイオン化によるホール密度 p の増加は N_A^- であるとして、以下の各問に答えよ。ただし、電子密度は n 、真性キャリア密度は n_i とする。

- (1) 電荷中性条件を与える式を示せ。
 (2) n_i 、 N_A^- を用いて n および p の値を求めよ。
 (3) 上記(2)において、 $n_i \ll N_A^- \ll N_A$ のとき、 n および p の近似値を求めよ。
 (4) 上記(2)において、 $n_i \ll N_A^- \ll N_A$ のとき、 n および p の近似値を求めよ。
 (5) 上記(2)において、 $n_i \ll N_A^- \ll N_A$ のとき、 n および p の近似値を求めよ。

問 17 密度 N_A のアクセプタが添加された p 形半導体において、アクセプタはすべてイオン化しているものとする。電子密度、ホール密度をそれぞれ n 、 p とするとき、電荷中性条件より $p = n + N_A$ が成り立つとして以下の各問に答えよ。

- (1) n 、 p はそれぞれ以下の式で与えられることを示せ。但し、 n_i は真性キャリア密度である。

$$n = \sqrt{\left(\frac{N_A}{2}\right)^2 + n_i^2} - \frac{N_A}{2}$$

$$p = \sqrt{\left(\frac{N_A}{2}\right)^2 + n_i^2} + \frac{N_A}{2}$$

- (2) $N_A \gg n_i$ のとき n 、 p の近似式を求めよ。

2 . 半導体の電気伝導

問 18 断面が単位面積である棒状の p 型半導体がある。半導体中の電界は、棒方向に一様で、大きさが E [V/m] であるとき、この半導体中に流れるドリフト電流を、電流の定義から導き出せ。ただし、用いた記号には説明をつけること。

【ヒント】電流の定義：断面を 1 秒間に通過する電荷が電流となる。[A=C/s]

問 19 室温(300K)において伝導率(導電率) $\sigma \cong 12 \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ の n 形 Si について次の各問に答えよ。ただし、Si のバンドギャップ $E_g = 1.12 \text{ eV}$ 、真性キャリア密度 $n_i = 1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 、電子および正孔(ホール)の移動度は各々 $\mu_e = 1500 \text{ cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$ 、 $\mu_h = 450 \text{ cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$ である。

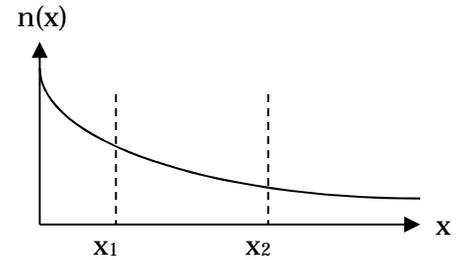
- (1) 抵抗率 ρ [$\Omega \cdot \text{cm}$] を求めよ。(p 形キャリアの寄与は無視してよい。)
 (2) 電子、正孔の密度 n 、 p [cm^{-3}] はそれぞれいくらか。
 (3) ボルツマン定数を k 、絶対温度を T としたとき室温の kT を[eV]で表せ。

【必要なら以下の数値を用いよ。】

ボルツマン定数 : $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 、電子の電荷 : $q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

問 20 右図に電子密度の場所依存性 $n(x)$ を示す。

- (1) 電子の移動する方向は、 x が正の方向か負の方向か？
- (2) 電流の流れる方向は、 x が正の方向か負の方向か？
- (3) P 点($x = x_1$)と Q 点($x = x_2$)での電流の絶対値を考えたとき、どちらの点の方が大きいか？
- (4) 電子の拡散電流 $J_n(x)$ を求めよ。ただし、電流は x が正の方向を正とし、用いた記号には説明をつけること。



問 21 室温 (300 K) において真性シリコン (Si) の電子、ホールの移動度は各々 $\mu_n = 1500$ 、 $\mu_p = 500$ [$\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$]、真性キャリア密度 $N_i = 1.45 \times 10^{10}$ [cm^{-3}] である。

このとき、次の各問い答えよ (温度はすべて室温とする)。

- (1) 真性 Si の導電率 [$\text{S} \cdot \text{cm}^{-1}$] を求めよ。
- (2) 電子密度をコントロールして Si の導電率の値を最低にするものとする。このときの電子密度 n [cm^{-3}] を求めよ。但し、電子、ホールの移動度は真性時の値で近似できるものとする。
- (3) 上記 (2) と同じ条件で導電率の値が最低となるときのホール密度 p [cm^{-3}] を求めよ。
- (4) 導電率の最低値を求めよ。

【必要なら以下の数値を用いよ】

電子の電荷： $q = 1.60 \times 10^{-19}$ [C]、 $3^{0.5} = 1.732$

問 22 半導体の電子密度 n およびホール密度 p は各々以下の式で与えられる。

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \qquad p = N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

ここで N_C 、 N_V ：各々 伝導帯および価電子帯の実効状態密度、 E_c ：伝導帯下端のエネルギー、 E_f ：フェルミエネルギー (準位)、 E_v ：価電子帯上端のエネルギー、 k ：ボルツマン定数、 T ：絶対温度、である。このとき、以下の各問いに答えよ。

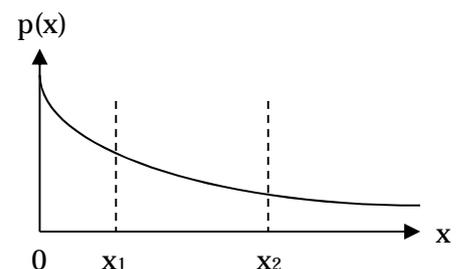
- (1) 室温 (27) において、 $N_C = N_V$ が成立つとして、シリコン (Si) の N_C [cm^{-3}] を求めよ。但し、シリコンの真性キャリア密度 $n_i = 1.5 \times 10^{10}$ [cm^{-3}]、 $E_c - E_v = 1.12$ [eV] である。
- (2) 室温において、真性シリコンにあるドーパントを添加したところ、 $E_c - E_f = 0.2$ [eV] となった。このとき電子密度 n [cm^{-3}] およびホール密度 p [cm^{-3}] の値を求めよ。但し、上記(1)の条件 ($N_C = N_V$) が成立つものとする。
- (3) 上記(2)のシリコンの抵抗率 [$\Omega \cdot \text{cm}$] を求めよ。電子、ホールの移動度は各々 $\mu_n = 1500$ [$\text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{sec}$]、 $\mu_p = 450$ [$\text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{sec}$] である。

【必要なら以下の数値を用いよ】

ボルツマン定数： $k = 1.38 \times 10^{-23}$ [J/K]、電子の電荷： $q = 1.60 \times 10^{-19}$ [C]、 $1 \text{ [eV]} = 1.6 \times 10^{-19}$ [J]、 $\exp(21.54) = 2.26 \times 10^9$ 、 $\exp(-7.69) = 4.57 \times 10^{-4}$

問 23 右図に n 型半導体中の正孔密度の場所依存性 $p(x)$ を示す。

- (1) 正孔の移動する方向は、 x が正の方向か負の方向か？
- (2) 電流の流れる方向は、 x が正の方向か負の方向か？
- (3) P 点($x = x_1$)と Q 点($x = x_2$)での電流の絶対値を考えたとき、どちらの点の方が大きいか？
- (4) $p(x)$ を用いて、正孔の拡散電流 $J_p(x)$ を求めよ。



ただし、電流は x が正の方向を正とし、正孔の拡散係数を D_h 、正孔の電荷を q とする。

定常状態での正孔の連続の方程式は次式で与えられる。

$$-\frac{p(x)-p_0}{\tau_h} - \frac{1}{q} \cdot \frac{dJ_h(x)}{dx} = 0$$

ただし、 τ_h は正孔の寿命、 p_0 は熱平衡状態での n 型半導体中の正孔密度である。

(5) 上式から、正孔の拡散方程式を導き出せ ($J_h(x)$ を用いなくて、 $p(x)$ を用いた式)。

(6) 正孔の拡散方程式を解いて、 $p(x)$ を求めよ。ただし、境界条件を以下に示す。ここで、 V は電圧、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度である。

$$p(0) = p_0 \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \quad \text{および} \quad p(\infty) = p_0$$

問 24 半導体の伝導電子の密度、移動度、電荷をそれぞれ n [cm^{-3}]、 μ_n [$\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$]、 $-q$ [C] とし、ホール密度、移動度、電荷をそれぞれ p [cm^{-3}]、 μ_p [$\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$]、 q [C] とする。ただし、 $\mu_p < \mu_n$ である。真性キャリア密度を n_i [cm^{-3}] とし、以下の各問に答えよ。ただし、温度は一定とする。

(1) 半導体の抵抗率 の定義と次元 (単位) を述べよ。

(2) 伝導電子またはホール密度をコントロールして抵抗率の値を変化させるものとする。このとき、抵抗率がとる値の最大値とそのときの n および p の値を求めよ。

(3) 上記(2)の半導体は n 型か p 型かを述べよ。

問 25 半導体の電子の密度および移動度をそれぞれ n 、 μ_n 、ホール密度および移動度をそれぞれ p 、 μ_p 、真性キャリア密度を n_i 、電子の電荷 (絶対値) を q とするとき、以下の各問に答えよ。但し、温度は一定とする。

(1) $\mu_n = 3 \times \mu_p$ のとき、半導体の導電率 σ を最小にする n および p の値と、 σ の最小値を求めよ。ただし、 n および p の値によらず、 μ_n および μ_p の値は一定とみなせるものとする。

(2) 真性半導体の導電率と上記(1)の σ の最小値の比を求めよ。ただし、 $\mu_n = 3 \times \mu_p$ とする。

3 . 金属 - 半導体接合

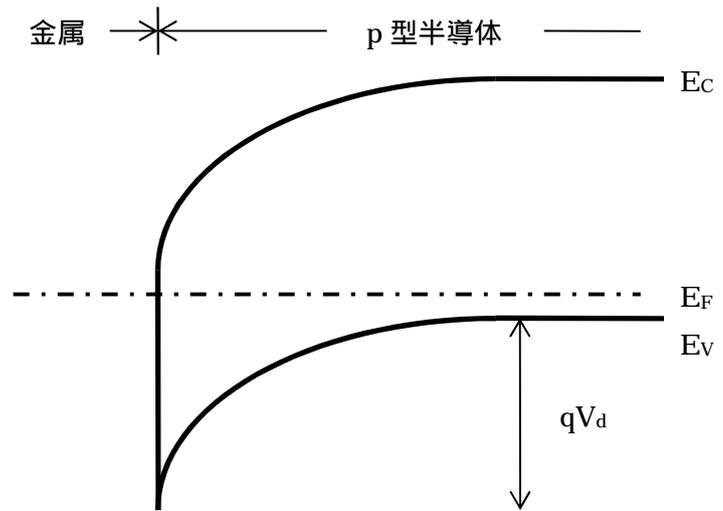
問 26 p 形半導体 (仕事関数 ϕ_s 、電子親和力 χ_s) と金属 (仕事関数 ϕ_m) とを接触する。ただし、 $\phi_m < \phi_s$ とする。

(1) 接触前の半導体と金属のエネルギーバンド図を示せ。

(2) 接触後のエネルギーバンド図を示せ。

(3) この接触の電流 - 電圧特性を説明せよ。

問 27 金属と p 型半導体からなるショットキー障壁ダイオードを用いて、金属側に電圧 V を印加した時の接合容量を考える。このダイオードの $V=0$ でのエネルギーバンド(帯)図を右図に示す。ただし、半導体のアクセプタ密度を N_A 、比誘電率を ϵ_s 、伝導帯下端を E_C 、価電子帯上端を E_V 、フェルミ準位を E_F 、このダイオードの拡散電位を V_d とし、金属側に正電圧を印加した時を $V > 0$ とする。



- (1) $V > 0$ の印加電圧を加えたときのエネルギーバンド図を示せ。
- (2) 空乏層中の電位差 Φ を求めるために必要な方程式および境界条件を示せ。
- (3) 印加電圧 V のときの空乏層幅を導き出せ。
- (4) 印加電圧 V のときの接合容量を導き出せ。

問 28 仕事関数が ϕ_M の金属と仕事関数が ϕ_S の n 型半導体を接触させた時、ショットキー接触（整流性接触）となった。以下の各問に答えながら、金属側に電圧 V を印加した時の接合容量を求める。ただし、半導体のドナー密度を N_D 、比誘電率を ϵ_s 、ダイオードの拡散電位を V_d とし、エネルギーバンド(帯)図を描くとき、伝導帯下端には E_C 、価電子帯上端には E_V 、フェルミ準位には E_F を書くこと。

- (1) n 型半導体が整流性接触になる場合の ϕ_M と ϕ_S との大小関係を説明せよ。
- (2) $V=0$ のときのエネルギーバンド図を描け。
- (3) $V < 0$ の印加電圧を加えたときのエネルギーバンド図を描け。
- (4) 空乏層中の電位差 Φ を求めるために必要な方程式および境界条件を示せ。
- (5) 印加電圧 V のときの空乏層幅を導き出せ。
- (6) 印加電圧 V のときの接合容量を導き出せ。

問 29 V 族(15 族)の燐(P)が微量添加してあるシリコン(Si)ウェハ－を購入した。この Si ウェハ－中で、Si と置き換わった P の密度(N_p)を求めるために、以下のような実験をした。ただし、真空中の誘電率を ϵ_0 、Si の比誘電率を ϵ_s 、ダイオードの拡散電位を V_d とし、エネルギーバンド(帯)図を描くときには、伝導帯下端には E_C 、価電子帯上端には E_V 、フェルミ準位には E_F を書くこと。

【実験手順】

- A. ショットキー障壁接触(整流性接触)を形成するために、この Si ウェハ－表面に、ある金属を蒸着した。
- B. 形成したショットキーダイオードの容量 - 電圧 ($C(V) - V$) 特性を測定した。
- C. 測定データから最適なグラフを描き、 N_p を求めた。

以下の各問に答えよ。

- (1) 購入した Si ウェハ－の伝導型(n 型または p 型)を答えよ。さらに、その理由を述べよ。
- (2) Si の仕事関数を ϕ_S 、蒸着した金属の仕事関数を ϕ_M とした時、ショットキー障壁接触になるための条件(ϕ_S と ϕ_M との大小関係)を示せ。さらに、その理由を説明するために、接触前と接触後の工

エネルギーバンド図を描け。

- (3) 金属側に $V < 0$ の印加電圧を加えたときのエネルギーバンド図を描け。
- (4) 空乏層中の電位差 Φ を求めるために必要な方程式および境界条件を示せ。
- (5) 印加電圧 V のときの空乏層幅を導き出せ。
- (6) 印加電圧 V のときの接合容量を導き出せ。
- (7) 導き出した式と実験で求めた $C(V) - V$ 特性を用いて、グラフから N_p を求める手順を詳細に述べよ。

問 30 仕事関数が ϕ_M の金属と仕事関数が ϕ_s の p 型半導体を接触させた。ただし、半導体中のアクセプタ密度を N_A 、ダイオードの拡散電位を V_d 、比誘電率を ϵ_s 、真空誘電率を ϵ_0 とし、エネルギーバンド(帯)図を描くとき、伝導帯下端(実線)には E_C 、価電子帯上端(実線)には E_V 、フェルミ準位(一点鎖線)には E_F を書くこと。

- (1) オーム性接触になる場合の ϕ_M と ϕ_s との大小関係を説明せよ。
- (2) オーム性接触の場合の電流 電圧特性を描け。
- (3) 整流性接触 (ショットキー接触) になる場合の ϕ_M と ϕ_s との大小関係を説明せよ。
- (4) ショットキー接触の場合の電流 電圧特性を描け。

以下では、ショットキー接触の場合について考え、半導体側に電圧 V を印加した時の接合容量を求める。

- (5) $V = 0$ のときのエネルギーバンド図を描け。
- (6) $V < 0$ の印加電圧を加えたときのエネルギーバンド図を描け。
- (7) 空乏層中の電位差 Φ を求めるために必要な方程式および境界条件を示せ。
- (8) 印加電圧 V のときの空乏層幅を導き出せ。
- (9) 印加電圧 V のときの接合容量を導き出せ。

問 31 金属と n 型半導体からなるショットキー障壁ダイオードを用いて、金属側に電圧 V を印加した時の接合容量を考える。 $V = 0$ V の時、このダイオードのエネルギーバンド(帯)図を右図に示す。ただし、半導体のドナー密度を N_D (全てイオン化している)、比誘電率を ϵ_s 、伝導帯下端を E_C 、価電子帯上端を E_V 、フェルミ準位を E_F 、 q を電子 1 個の電荷、このダイオードの拡散電位を V_d とし、金属と半導体との接点を $x = 0$ 、空乏層端を $x = W$ とする。ここで、金属側に正電圧を印加した時を $V > 0$ V とする。

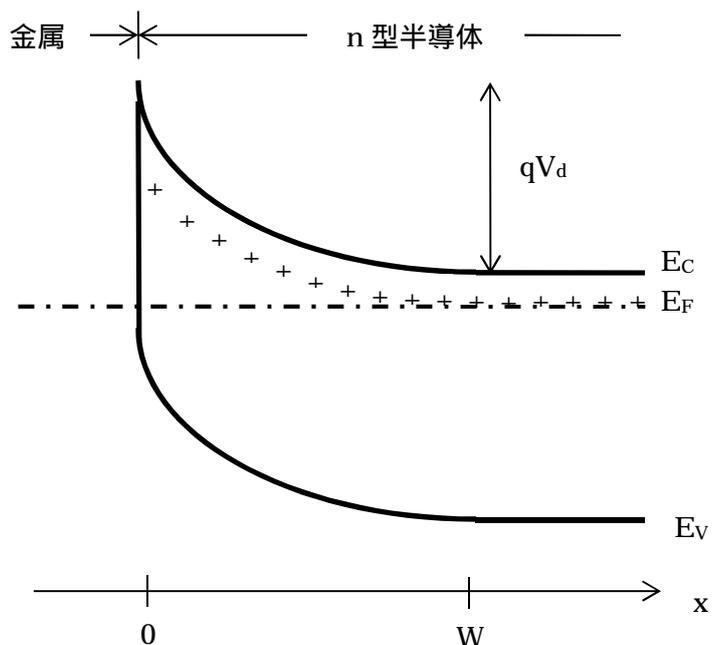


図 ショットキー障壁ダイオードのエネルギーバンド図 ($V=0$ V)

- (1) $V > 0$ V の印加電圧を加えたときのエネルギーバンド図を示せ。
- (2) 空乏層中の電位差 $\Phi(x)$ (つまり、バンドの曲がり) を求めるために必

要な方程式および境界条件を示せ。

- (3) 印加電圧 V のときの空乏層幅 W を導き出せ。
- (4) 印加電圧 V のときの接合容量 C を導き出せ。

4 . pn 接合

問 32 均一な p 層と n 層から成る pn 接合において n 層から p 層への少数キャリアである電子の注入を考える。ここで、次のように仮定する。 p 層の厚さは電子の拡散距離に比べ十分大きい。
 p 層の熱平衡状態の電子濃度を n_{p0} とする。 p 層と空乏層が接する面を原点としその面に垂直な方向の p 層内の距離を x とする。 p 層に注入された電子の寿命を τ_e 、拡散定数を D_e とし、これらは注入電子濃度 $n_p(x)$ に依存しない定数であるとする。 p 層内の電界はゼロである。

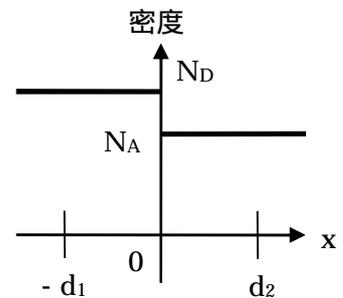
このような条件の下では、 p 層へ注入される定常状態の少数キャリア電子濃度 $n_p(x)$ は拡散方程式(1)を解くことにより求めることができる。

$$D_e \frac{d^2 n_p(x)}{dx^2} = \frac{n_p(x) - n_{p0}}{\tau_e} \tag{1}$$

次の各問を答えよ。

- (1) (1)式の左辺と右辺はそれぞれ何を意味するか説明せよ。
- (2) $x=0$ において電子濃度は常に一定値 N である場合の p 層内の電子濃度 $n_p(x)$ を求めよ。
 (ヒント: n_{p0} は定数であり、 $\frac{d^2 n_p(x)}{dx^2} = \frac{d^2 \{n_p(x) - n_{p0}\}}{dx^2}$ であることに注意せよ。)
- (3) $x=0$ における電子による拡散電流密度 $j_e(0)$ を求めよ。

問 33 ドナー密度が N_D 、アクセプタ密度が N_A 、拡散電位が V_d である pn 接合のエネルギー帯図と接合容量について考える。右図に示すように、 $x < 0$ ではドナー、 $x > 0$ ではアクセプタが存在する。ここで、左側の半導体を接地し (0 V)、右側の半導体に電圧 V を印加する。電子 1 個の電荷を $-q$ とする。



- (1) 下記の場合のエネルギー帯図を示せ。図に対応する p 層および n 層を描き、伝導帯 (実線、記号 E_C)、フェルミ準位 (一点鎖線、記号 E_F)、価電子帯 (実線、記号 E_V) をはっきりと書き、空乏層幅 ($d = d_1 + d_2$) の変化もわかりやすく表すこと。
- (1-1) $V = 0$ のとき (1-2) V が正のとき (1-3) V が負のとき
- (2) 電圧 V を印加したときの空乏層内 ($-d_1 \leq x \leq d_2$) の電位 $V(x)$ を、次に示すポアソン方程式を用いて求める。

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon} \tag{1}$$

ここで、 $\rho(x)$ は電荷密度であり、 ϵ は半導体の誘電率である。

- (2-1) $-d_1 \leq x < 0$ での式(1)および境界条件である $x = -d_1$ での電界 $E(-d_1)$ を示し、 $V(x)$ を求めよ。ただし、 $V(-d_1) = 0$ である。
- (2-2) $0 \leq x \leq d_2$ での式(1)および境界条件である $x = d_2$ での電界 $E(d_2)$ を示し、 $V(x)$ を求めよ。ただし、 $V(d_2) = -(V_d - V)$ である。
- (3) 接合容量 C を求める。
- (3-1) $x = 0$ で、両側の $V(x)$ および $E(x)$ が等しくなることを用いて、 d_1 と d_2 を求めよ。

(3-2) $C = \epsilon/d$ であることを利用して、 C を求めよ。ただし、 d は空乏層幅であり、 $d = d_1 + d_2$ である。

問 34 室温(300K)において真性シリコン(Si)に 10^{17} cm^{-3} のリン(P)と 10^{16} cm^{-3} のホウ素(B)をドーブした n 型半導体、p 型半導体がある。Si 内における各々のドーパント密度は均一に分布しているものとして、次の各問に答えよ。

(1) ドーパントがすべてイオン化している(活性化している)とすると n 型半導体および p 型半導体の電子およびホール(正孔)の密度 [cm^{-3}] はそれぞれいくらか。但し、Si の真性キャリア密度 $N_i = 1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ である。

(2) 伝導帯下端と価電子帯上端の電子エネルギー(準位)をそれぞれ E_C 、 E_V とするとき、フェルミ準位 E_F は以下の式で与えられる。

$$E_F \cong \frac{E_C + E_V}{2} \pm kT \ln \frac{N^*}{N_i}$$

N^* はイオン化したドーパント密度、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度であり、復号はドナーに対して+、アクセプタに対して-をとる。ドーパントがすべてイオン化しているとして n 型半導体および p 型半導体のフェルミ準位 E_F [eV] を求めよ。(価電子帯上端からのエネルギーを eV で示せ。) Si のバンドギャップエネルギー $E_g = (E_C - E_V) = 1.12 \text{ eV}$ である。

(3) 上記の n 型半導体、p 型半導体により pn 接合を形成するとき、ドーパントがすべてイオン化しているとして平衡状態における接合部のバンド構造の概形を描け。

(4) 上記(3)の状態における拡散電位 V_D [V] を求めよ。

【必要なら以下の数値を用いよ。】

ボルツマン定数： $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 、電子の電荷： $q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ 、 $\ln 6.9 = \log_e 6.9 = 1.932$ 、 $\ln 10 = \log_e 10 = 2.303$

問 35 真性シリコン (Si) にドナーとアクセプタをドーブして pn 接合ダイオードを作製した。各ドーパントの密度分布は均一、かつすべてイオン化(活性化)しているとして次の各問に答えよ。

(1) ドーパントの密度分布が均一のとき pn 接合部分に形成される空乏層幅 W は次式で表される。

$$W = \left(\frac{2\epsilon_0\epsilon_s(N_A + N_D)}{qN_A N_D} (V_D - V) \right)^{1/2}$$

但し、 ϵ_0 は真空の誘電率、 ϵ_s は Si の比誘電率、 q は電子の電荷、 N_A はアクセプタ密度、 N_D はドナー密度、 V_D は拡散電位、 V は pn 接合に印加される電圧(順方向を正とする)である。このとき、接合の単位面積当たりの容量を表す式を求めよ。

(2) 接合の全容量 C [F] の印加電圧 V [V] 依存性を測定し、 C^{-2} と V の関係をプロットしたところ、図 1 のようになった。 V_D [V]、 N_D [cm^{-3}]、 N_A [cm^{-3}] を求めよ。但し、 $N_D = 10 \times N_A$ 、接合面積は 10^{-4} cm^2 とする。

(3) 印加電圧 0 [V] のときの空乏層幅 W [μm] を求めよ。

【必要なら以下の数値を用いよ】

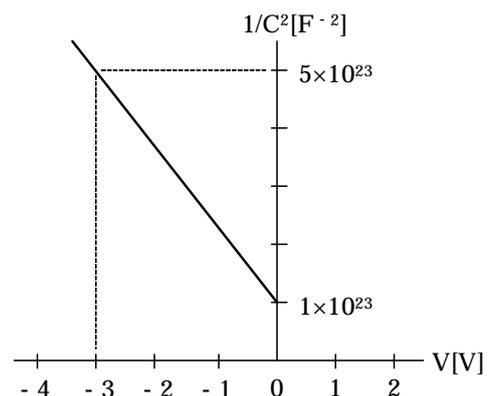


図 1 . C^{-2} の V 依存性

真空の誘電率： $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12}$ [F/m]、Si の比誘電率： $\epsilon_s=12$ 、
 電子の電荷： $q=1.60 \times 10^{-19}$ [C]、 $\sqrt{11.3} \approx 3.36$ 、 $\sqrt{15} \approx 3.87$

問 36 p n 接合に関する下記の問に答えよ。

- (1) 伝導帯の底のエネルギーを E_c 、価電子帯の頂上のエネルギーを E_v 、真性半導体、 n 型半導体、 p 型半導体のフェルミ準位をそれぞれ E_k 、 F_n 、 F_p として、 p 型と n 型半導体のバンド図を描け。
- (2) 上記の p 、 n 型半導体から構成される p n 接合の無バイアス状態、順バイアス状態および逆バイアス状態のバンド図を描け。
- (3) p n 接合の接合領域では、 p 側にアクセプタ原子が負に帯電した正孔の存在しない空間電荷層、 n 側にドナー原子が正に帯電した伝導電子の存在しない空間電荷層が生じる。この空間電荷層（空乏層）の生じるメカニズムを無バイアス状態の場合について説明せよ。
- (4) 真性半導体のキャリア密度を n_k 、熱平衡状態における p 型半導体と n 型半導体の正孔密度、伝導電子密度をそれぞれ p_p 、 n_p 、および、 n_n 、 p_n で表すとこれらの間にはどのような関係が成立するか。
- (5) 順バイアス状態では、 p 領域より n 領域へ正孔が、領域 n 領域より p 領域へ伝導電子が注入される。これらの注入されるキャリアがそれぞれ n_n 、 p_p に比べて小さいときの p n 接合の空乏層に接した n 領域の正孔密度 $p(0)$ 、空乏層に接した p 領域の伝導電子密度 $n(0)$ を導出せよ。

問 37 pn 接合ダイオードについて考える。エネルギーバンド図には、必ず価電子帯 (E_v)、フェルミ準位 (E_F)、伝導帯 (E_c) を示すこと。

- (1) 印加電圧 0 V のときのエネルギーバンド図を描け。
- (2) p 側に正電圧を印加したときのエネルギーバンド図を描け。
- (3) p 側に負電圧を印加したときのエネルギーバンド図を描け。
- (4) 順方向電流が流れるのは、p 側に正負どちらの電圧を印加したときか。理由とともに答えよ。

問 38 pn 接合ダイオードについて考える。エネルギーバンド図には、必ず価電子帯 (E_v)、フェルミ準位 (E_F)、伝導帯 (E_c) を示すこと。

- (1) 印加電圧が 0 V のときのエネルギーバンド図を描け。
- (2) p 側に正電圧 V を印加したときのエネルギーバンド図を描け。
- (3) 正孔の連続の方程式は、

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau} - \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_p}{\partial x}$$

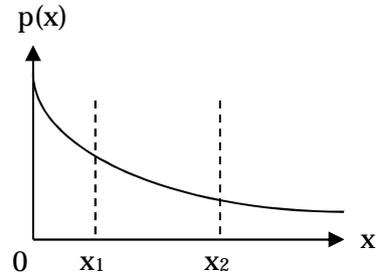
で表せる。左辺、右辺の第 1 項と第 2 項が意味するところを述べよ。

- (4) 連続の方程式から、正孔の拡散方程式を導き出せ。(上記の式中で J_p を用いないで、 p を用いた式)
- (5) n 側での正孔による拡散電流を、(2)で答えた図と(4)で求めた式を用いて考える。ただし、 n 側は無限に長い。
 - (5-1) 定常状態での拡散方程式を導き出せ。
 - (5-2) n 側の空乏層端 ($x = x_n$) での正孔密度を求めよ。(これは、境界条件となる。)
 - (5-3) 接合から十分に離れた n 側の点(ここでは $x = \infty$)での正孔密度を求めよ。(これは、境界条件となる。)
 - (5-4) n 側 ($x_n \leq x < \infty$) での正孔密度 $p(x)$ を導き出せ。
 - (5-5) n 側での正孔による拡散電流 J_p を導き出せ。

問 39 拡散電位が V_d の pn 接合を考える。ドナー密度は N_D 、アクセプタ密度は N_A である。p 層と n 層が接合したところを $x=0$ とし、n 層側の空乏層(空間電荷層)端は $x=-d_n$ 、p 層側の空乏層端は $x=d_p$ とし、電子 1 個の電荷を $-q$ 、半導体の誘電率を ϵ とする。エネルギー帯図(エネルギーバンド図)には、伝導帯(実線、記号 E_C)、フェルミ準位(一点鎖線、記号 E_F)、価電子帯(実線、記号 E_V)、 V_d 及び V をはっきりと書くこと。

- (1) 印加電圧が 0 V のときのエネルギー帯図を描け。
p 層側に正の電圧 V を印加した。
- (2) このときのエネルギー帯図を描け。
- (3) n 層側の空乏層内の電位 $V(x)$ に関するポアソン(Poisson)方程式を示せ。
- (4) p 層側の空乏層内の電位 $V(x)$ に関するポアソン方程式を示せ。
- (5) 方程式を解くときのための境界条件をすべて示せ。
- (6) n 層側の空乏層幅 d_n と p 層側の空乏層幅 d_p を求めよ。
- (7) 空乏層幅 d を求めよ。
- (8) 接合容量が $C = \epsilon/d$ で表せることを利用して、 C を求めよ。

問 40 pn 接合ダイオードの電流 - 電圧特性を考える。ただし、エネルギーバンド図(エネルギー帯図)には、必ず E_V (価電子帯上端)、 E_C (伝導帯下端)、 E_f (フェルミ準位)を示すこと。また、 q は電子の電荷、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度である。



- (1) 印加電圧が 0 V のときのエネルギーバンド図を描け。
- (2) p 側に正電圧 V を印加したときのエネルギーバンド図を描け。
- (3) 右図に示すように、n 側での正孔(少数キャリア)の拡散について考える。 $p(x)$ は正孔密度を示す。
 - (3-1) 正孔の移動する方向は、 x が正の方向か負の方向か?
 - (3-2) 電流の流れる方向は、 x が正の方向か負の方向か?
 - (3-3) 点 x_1 と点 x_2 での正孔の拡散電流の大きさは、どちらの方が大きいか?
 - (3-4) 拡散係数を D_p とし、 $p(x)$ を用いて、正孔の拡散電流密度 $J_p(x)$ を表せ。ただし、電流の値が正のとき、電流は x が正の方向に流れる。
- (4) n 側における定常状態での正孔の拡散方程式は

$$D_p \frac{d^2 p(x)}{dx^2} = \frac{p(x) - p_0}{\tau_h}$$

である。ただし、 p_0 は n 側における熱平衡状態での正孔密度、 τ_h は正孔の寿命、右上図の $x=0$ が n 側の空乏層端、 $x \geq 0$ を n 層とし、n 層は無限に長いとする。また、p 側に正電圧 V を印加したときの $x=0$ での正孔密度は以下のように与えられる。

$$p(0) = p_0 \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$$

- (4-1) pn 接合から十分に離れた n 側の点(ここでは $x = \infty$)での正孔密度 $p(\infty)$ を求めよ。
- (4-2) これらの境界条件を用いて、n 側 ($x \geq 0$) での正孔密度 $p(x)$ を導き出せ。
- (4-3) n 側での正孔による拡散電流密度 $J_p(x)$ を導き出せ。
- (4-4) n 側 ($x \geq 0$) での $J_p(x)$ の最大値を求めよ。

問 41 磷 (P) が微量添加してあるシリコン (Si) ウェハ-を購入した。この Si ウェハ-中で、Si と置き換わった P の密度 (N_p) を求めるために、以下のような実験をした。

- A. pn 接合を形成するために、この Si ウェハ-表面に、ある不純物をイオン注入した。
- B. 形成した pn 接合の容量 電圧 ($C(V) - V$) 特性を測定した。
- C. 測定データから最適なグラフを描き、 N_p を求めた。

1 - 1 . 購入した Si ウェハ-の伝導型を答えよ。さらに、その理由を述べよ。

1 - 2 . イオン注入に使用した不純物は何族に属する元素か。さらに、その理由を述べ、元素名を 1 つ挙げよ。

このように形成した pn 接合は階段接合とみなせる。イオン注入し、Si と置き換わった不純物の密度を N_I とすると、印加電圧 (V) に対して接合容量 ($C(V)$) は以下の式で表せる。

$$C(V) = \sqrt{\frac{q\epsilon_s\epsilon_0 N_p N_I}{2(N_p + N_I)(V_d - V)}} \quad (1)$$

ただし、 ϵ_s は Si の比誘電率、 ϵ_0 は真空の誘電率、 q は電子 1 個の電荷、 V_d は pn 接合の拡散電位である。

1 - 3 . N_I を知ることができない状況で、 $C(V) - V$ 特性から N_p を求めるために必要な N_I の条件 (つまり、 N_I と N_p との大小関係) を示せ。

1 - 4 . 上記の大小関係を用いて、式(1)から N_I を消去した $C(V)$ を導き出せ(答を導出する過程を書くこと)。

1 - 5 . 導き出した式と実験で求めた $C(V) - V$ 特性を用いて、グラフから N_p を求める手順を詳細に答えよ。

問 42 pn 接合に関する下記の問に答えよ。ただし、伝導帯の底のエネルギーを E_c 、価電子帯の頂上のエネルギーを E_v 、真性半導体、 n 型半導体、 p 型半導体のフェルミ準位をそれぞれ E_f 、 F_n 、 F_p 、拡散電位 (内蔵電位) V_D 、 pn 接合に印加する電圧を V で表すこと。また、空乏層内のキャリア再結合は無視でき、 p および n 領域の厚さが十分に大きく、 p 領域、 n 領域では電界は無視できるものとする。

(1) pn 接合の無バイアス状態、順バイアス状態および逆バイアス状態のバンド帯図を描け。

(2) 真性半導体のキャリア密度を n_i 、熱平衡状態における p 領域と n 領域の正孔密度、伝導電子密度をそれぞれ p_p 、 n_p および、 n_n 、 p_n で表すと、これらの間にはどのような関係が成立するか。

(3) 順バイアス状態では、 p 領域より n 領域へ正孔が、 n 領域より p 領域へ伝導電子が注入される。 pn 接合の空乏層に接した p 領域の伝導電子密度 $n(0)$ を導出せよ。

(4) p 領域へ注入される電子濃度 $n(x)$ に対する拡散方程式を示せ。ただし、電子の拡散定数を D_e 、寿命を τ_e とし、 x 軸は pn 接合と垂直で p 領域の方向を正とする。また、 $n(0) \ll p_p$ とする。

(5) 順バイアスの場合の p 領域中の電子濃度 $n(x)$ を (4) の拡散方程式から導出せよ。

問 43 拡散電位が V_d の pn 接合を考える。 p 層と n 層が接合したところを $x=0$ とし、 n 層側の空乏層(空間電荷層)端は $x=-d$ 、 p 層側の空乏層端は $x=d$ とする。ドナー密度を N_D 、アクセプタ密度を N_A とすると

$$N_A - N_D = ax \quad (a > 0)$$

が成り立っている(傾斜接合)。ただし、電子 1 個の電荷を $-q$ 、半導体の誘電率を ϵ とする。エネルギー帯図(エネルギーバンド図)には、伝導帯(実線、記号 E_c)、フェルミ準位(一点鎖線、記号 E_f)、

価電子帯（実線、記号 E_v ）、 V_d 及び V をはっきりと書くこと。

- (1) 印加電圧が 0 V のときのエネルギー帯図を描け。

次に、p 層側に正の電圧 V を印加した。

- (2) このときのエネルギー帯図を描け。
 (3) 空乏層内の電位 $V(x)$ に関するポアソン方程式を示せ。
 (4) 方程式を解くときのための境界条件をすべて示せ。
 (5) 空乏層幅 D を求めよ。ただし、 $D = 2d$ である。
 (6) 単位面積当たりの接合容量が $C = \epsilon/D$ で表せることを利用して、 C を求めよ。

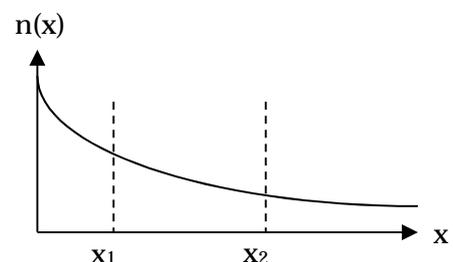
問 44 非縮退半導体の pn 接合に関する次の各問に答えよ。ただし、p 型における正孔濃度、伝導電子濃度をそれぞれ p_p [m^{-3}]、 n_p [m^{-3}]、n 型における正孔濃度、伝導電子濃度をそれぞれ p_n [m^{-3}]、 n_n [m^{-3}]、真性半導体のキャリア濃度を n_i [m^{-3}]、伝導帯の底のエネルギー、価電子帯の頂上のエネルギー、フェルミ準位をそれぞれ E_c [eV]、 E_v [eV]、 E_f [eV]、伝導電子、正孔の拡散係数を D_n [$m^2/V \cdot s$]、 D_p [$m^2/V \cdot s$]、電子の素電荷を $-q$ [C] で表せ。

- (1) 熱平衡状態における p 型、n 型、pn 接合のバンド図を描け。
 (2) 熱平衡状態では、 p_p と n_p 、 p_n と n_n の間にはどのような関係が成り立つか。
 (3) pn 接合に順方向電圧 V [V] を印加すると正孔が p 型領域より空乏層を越えて n 型領域へ、伝導電子が n 型領域から空乏層を越えて p 型領域へ注入される。pn 接合面と垂直に n 型領域に向かう方向を x 軸とすると、空乏層に接する n 型領域 ($x=0$ とする) の正孔濃度はいくらか。
 (4) n 型領域内の正濃度 $p(x)$ に対する拡散方程式より、定常状態の正孔濃度 $p(x)$ を求めよ。ただし、n 型領域の厚さは正孔の拡散距離に比べて十分大きく、注入正孔濃度は n_n に比べて十分に小さいとする。また正孔の再結合寿命を τ_p [s] とする。

問 45 非縮退半導体の pn 接合に関する次の各問に答えよ。

- (1) pn 接合の空乏層（空間電荷領域）はどのようにして形成されるか、図を書いて説明せよ。ただし、次に示す記号を使用せよ。伝導帯の底のエネルギー： E_c [eV]、価電子帯の頂上のエネルギー： E_v [eV]、フェルミ準位： E_f [eV]、真性半導体のフェルミ準位： E_i [eV]。
 (2) 熱平衡状態では、p 型中の正孔濃度 p_p [m^{-3}]、伝導電子濃度 n_p [m^{-3}]、真性半導体のキャリア濃度 n_i [m^{-3}] の間にはどのような関係があるか。同様に、n 型中の正孔濃度 p_n [m^{-3}]、伝導電子濃度 n_n [m^{-3}]、 n_i [m^{-3}] の間の関係を示せ。
 (3) pn 接合に順方向電圧 V [V] を印加すると、正孔が p 型領域より空乏層を越えて n 型領域へ、伝導電子が n 型領域から空乏層を越えて p 領域へ注入される。pn 接合面と垂直に n 型領域に向かう方向を x 軸とすると、空乏層に接する n 型領域の正孔濃度 $p(0)$ [m^{-3}] を求めよ。ただし、n 型領域が空乏層と接する点を $x=0$ [m] とする。
 (4) n 型領域内の任意の位置 x の正孔濃度 $p(x)$ [m^{-3}] に対する拡散方程式を示せ。正孔の拡散距離を L_p [m] とせよ。
 (5) 拡散方程式を解いて定常状態の正孔濃度 $p(x)$ を求めよ。ただし、n 型領域の厚さは L_p [m] に比べて十分大きく、注入正孔濃度 $p(x)$ は n_n に比べて十分に小さい ($p(x) \ll n_n$) とする。

問 46 pn 接合の電流 - 電圧特性を考える。ただし、エネルギーバンド図（エネルギー帯図）には、必ず E_v （価電子帯上端）、 E_c （伝導帯下端）、 E_f （フェルミ準位）を示すこ



と。また、 q は電子の電荷、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度である。

- (1) 印加電圧が 0 V のときの pn 接合のエネルギーバンド図を描け。
- (2) n 側に正電圧を印加したときの pn 接合のエネルギーバンド図を描け。
- (3) 右図に示すように、p 側での電子 (少数キャリア) の拡散について考える。 $n(x)$ は電子密度を示す。
- (3-1) 電子の移動する方向は、 x が正の方向か負の方向か？
- (3-2) 電流の流れる方向は、 x が正の方向か負の方向か？
- (3-3) 点 x_1 と点 x_2 での電子の拡散電流の大きさは、どちらの方が大きい？
- (3-4) 拡散係数を D_e とし、 $n(x)$ を用いて、電子の拡散電流密度 $J_e(x)$ を表せ。ただし、電流の値が正のとき、電流は x が正の方向に流れる。
- (4) p 側における定常状態での電子の拡散方程式は

$$D_e \frac{d^2 n(x)}{dx^2} = \frac{n(x) - n_0}{\tau_e}$$

である。ただし、 n_0 は p 側における熱平衡状態での電子密度、 τ_e は電子の寿命、右上図の $x=0$ が p 側の空乏層端、 $x \geq 0$ を p 層とし、p 層は無限に長いとする。また、p 側に正電圧 V を印加したときの $x=0$ での電子密度は以下のように与えられる。

$$n(0) = n_0 \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$$

- (4-1) pn 接合から十分に離れた p 側の点 (ここでは $x = \infty$) での電子密度 $n(\infty)$ を示せ。
- (4-2) これらの境界条件を用いて、p 側 ($x \geq 0$) での電子密度 $n(x)$ を導き出せ。
- (4-3) p 側での電子による拡散電流密度 $J_e(x)$ を導き出せ。
- (4-4) p 側 ($x \geq 0$) での $J_e(x)$ の最大値を求めよ。

問 47 p 領域のアクセプタ密度 N_a 、n 領域のドナー密度 N_d の階段型の pn 接合に関する以下の設問に答えよ。ただし、空乏層内の電荷はイオン化したアクセプタとドナーのみとし、p および n 領域の厚さは十分大きく、空乏層外の p 領域、n 領域では電界は無視でき、アクセプタとドナーはすべてイオン化しているものとする。また、座標は、接合面を $x=0$ とし、n 領域を x の正方向とする。電位は p 領域を基準とする。解答に当たっては以下の記号を使用すること。

E_C : 伝導帯下端のエネルギー準位、 E_V : 価電子帯上端のエネルギー準位

E_i, E_m, E_{fp} : それぞれ真性半導体、n 型半導体、p 型半導体のフェルミ準位

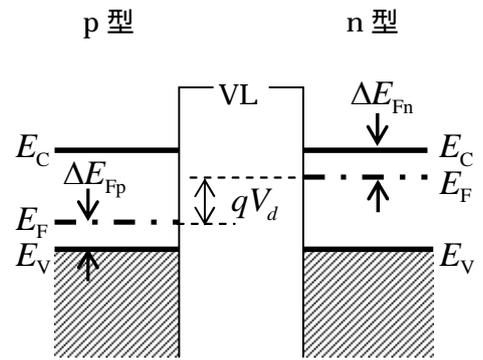
: 半導体の誘電率、 q : 単位電荷量、 k : ボルツマン定数、 T : 絶対温度

- (1) 接合を形成する前の n 型半導体と p 型半導体のエネルギーバンド図をそれぞれ描け。図には、 $E_C, E_V, E_i, E_m, E_{fp}$ を必ず示すこと。
- (2) pn 接合形成後の pn 接合の無バイアス状態、順方向バイアス状態、逆バイアス状態のエネルギーバンド図をそれぞれ描け。図には、(1) と同様、 $E_C, E_V, E_i, E_m, E_{fp}$ を示すこと。
- (3) この半導体の真性電荷密度を n_i とするとき、拡散電位 (ビルトインポテンシャル) V_D を求めよ。

以下の設問において拡散電位は V_D としてよい。

- (4) p 領域と n 領域それぞれの空乏層内における電位 $V(x)$ に関するポアソン方程式を示せ。また、ポアソン方程式を解くための境界条件をすべて示せ。
- (5) 無バイアス状態での p 領域の空乏層幅 x_p 、n 領域の空乏層幅 x_n を求めよ。
- (6) pn 接合に微小信号を重畳させた外部電圧 V_A (順方向バイアスを正) 印加したときの電気容量は電圧変動に対する電荷の変化量であることを用いて、pn 接合の単位面積当たりの容量を与える式を導け。

問 48 接合前の p 型半導体と n 型半導体のエネルギーバンド図を右図に示す。ここで、VL は真空準位、 E_C は伝導帯下端、 E_F はフェルミ準位、 E_V は価電子帯上端、 ΔE_{Fn} は n 型半導体での E_F と E_C との差、 ΔE_{Fp} は p 型半導体での E_F と E_V との差、 qV_d は p 型半導体と n 型半導体との E_F の差である。また、 k をボルツマン定数、 T を絶対温度、 q を電子の電荷の絶対値とする。



p 型半導体と n 型半導体を接合させた。以下は、接合後の pn 接合ダイオードについて考える。ここで、空乏層内の電子に対するフェルミ準位 (擬フェルミ準位) は n 型のフェルミ準位を水平に伸ばし、正孔に対するフェルミ準位 (擬フェルミ準位) は p 型のフェルミ準位を水平に伸ばしたと考える。

- (1) 接合後のエネルギーバンド図を描け。
- (2) n 側での電子密度 (n_{n0}) と正孔密度 (p_{n0}) を導き出せ。
- (3) p 側での電子密度 (n_{p0}) と正孔密度 (p_{p0}) を導き出せ。
- (4) p 側に正の電圧 V を印加した時のエネルギーバンド図を描け。
- (5) p 側の空乏層端 (x_p) での電子密度 ($n_p(x_p)$) を導き出せ。
- (6) n 側の空乏層端 (x_n) での正孔密度 ($p_n(x_n)$) を導き出せ。

問 49 拡散電位が V_d の pn 接合を考える。ドナー密度は N_D 、アクセプタ密度は N_A であり、アクセプタもドナーも完全にイオン化しているとする。p 層と n 層が接合したところを $x=0$ とし、n 層側の空乏層 (空間電荷層) 端は $x=-d_n$ 、p 層側の空乏層端は $x=d_p$ とし、電子 1 個の電荷を $-q$ 、半導体の誘電率を ϵ とする。エネルギー帯図 (エネルギーバンド図) には、伝導帯 (実線、記号 E_C)、フェルミ準位 (一点鎖線、記号 E_F)、価電子帯 (実線、記号 E_V)、 V_d 及び印加電圧 V をはっきりと書くこと。

- (1) 印加電圧が 0 V のときのエネルギーバンド図を描け。
- (2) 拡散電位 V_d が次式で表されることを示せ。

$$V_d = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

ここで、伝導帯の有効状態密度を N_C 、価電子帯の有効状態密度を N_V 、温度を T 、ボルツマン定数を k とする。さらに、真性キャリア密度 n_i は

$$n_i = \sqrt{N_V N_C} \exp \left(-\frac{E_C - E_V}{2kT} \right)$$

で表される。

n 層側に正の電圧 V を印加した。

- (3) このときのエネルギーバンド図を描け。
- (4) n 層側の空乏層内の電位 $V(x)$ に関するポアソン (Poisson) 方程式を示せ。
- (5) p 層側の空乏層内の電位 $V(x)$ に関するポアソン方程式を示せ。
- (6) 方程式を解くために必要な境界条件をすべて示せ。
- (7) n 層側の空乏層幅 d_n と p 層側の空乏層幅 d_p を求めよ。
- (8) 空乏層幅 d を求めよ。
- (9) 接合容量が $C = \epsilon/d$ で表せることを利用して、 C を求めよ。

問 50 拡散電位が V_D で、接合面近傍にできる空乏層における不純物密度が位置 x の一次式で与えられる傾斜型 pn 接合の接合容量を与える式を導出するものとして、以下の設問に答えよ。ただし、不純物密度分布は、ドナー密度を N_d 、アクセプタ密度を N_a とすると次式で表される。

$$N_d - N_a = ax \quad (a > 0)$$

また、空乏層内の電荷はイオン化したアクセプタとドナーのみとし、アクセプタとドナーはすべてイオン化しているものとする。空乏層外では電界は無視できるものとする。解答に当たっては、半導体の誘電率を ϵ 、電子 1 個の電荷量を $-q$ とせよ。他に記号が必要であれば説明を付して用いよ。

- (1) 接合面、 p 領域、 n 領域の位置座標 x あるいは x の範囲を答よ。
- (2) 空乏層内における電位 $V(x)$ に関するポアソン方程式を示せ。
- (3) (2) の方程式を解くための、空乏層端、接合面位置における境界条件をすべて示せ。
- (4) 無バイアス状態での空乏層幅 L を求めよ。
- (5) 空乏層内の正と負の両空間電荷量の大きさは等しい。この電荷量 Q を求めよ。
- (6) 拡散電位に対し十分に大きい、絶対値が V の逆バイアスを印加するとき、 dQ/dV で与えられる単位面積当たりの接合容量 C を与える式を求めよ。

問 51 pn ダイオードについて考える。ただし、拡散電位を V_d 、ドナー密度を N_D 、アクセプタ密度を N_A とし、 $N_A \gg N_D$ である。さらに、ドナーもアクセプタも全てイオン化している。また、順方向電圧 V を正とする。エネルギーバンド図には、価電子帯上端に E_V 、フェルミ準位に E_F 、伝導帯下端に E_C を示すこと。

- (1) 印加電圧が 0 V でのエネルギーバンド図を描け。
- (2) 逆方向電圧印加時のエネルギーバンド図を描け。
- (3) 空乏層幅 d を導き出せ。ただし、空乏層は n 側にだけ広がり、印加電圧も n 側にだけかかると仮定せよ。
- (4) 最大電界 E_{\max} を導き出せ。
- (5) 絶縁破壊電界 (E_B) と電圧 ($V_d - V$) との関係を導き出せ。